

1. GENERALIDADES

Se llama estructura o entramado a todo sistema de miembros unidos entre si y construido para soportar con seguridad las cargas a el aplicadas. Por lo tanto podemos decir, que una estructura está compuesta por una serie de elementos conectados entre si por sus extremidades, que son normalmente barras rectas. A los puntos de unión entre los diferentes elementos se les llama nudos y forman un conjunto plano indeformable.

En la práctica las estructuras reales se realizan uniendo varias estructuras simples para formar un entramado especial. Cada estructura articulada esta proyectada para soportar cargas que actúan en su propio plano y, por esta razón, se puede tratar como un estructura bidimensional.

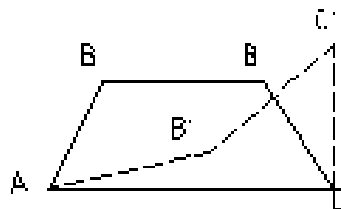
El estudio de los sistemas planos reticulares (estructuras resistentes a los esfuerzos) se efectúa bajo las siguientes hipótesis:

1. Las barras son coplanarias y están articuladas en los nudos sin rozamiento.
2. Todas las cargas actúan en los nudos y son coplanarias con el sistema de barras.
3. Se aceptan que todas las barras son rectas y se considera la distancia mínima entre dos nudos.
4. Se considera que el esquema inicial de la estructura y cargas se mantiene a pesar de las deformaciones elásticas de la barras y apoyos; es decir, se considera a las barras como elementos indeformables.
5. Las articulaciones o nudos están libres de rozamiento.
6. El peso de las barras se considera aplicando en los nudos adyacentes.

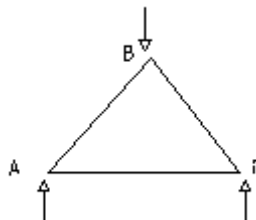
Si aceptamos estas hipótesis, podemos llegar a la conclusión de que todas las barras trabajan a tracción o a compresión exclusivamente.

2. ESTRUCTURA ARTICULADA SIMPLE.

Sea una estructura formada por cuatro barras unidas entre si en cuatro nudos diferentes. Si aplicamos una carga en cualquiera de sus nudos, la estructura se deforma considerablemente, perdiendo su forma original. Esto nos haría que fuera inestable, al no conservar la forma inicial para la que fue diseñada.



Consideremos ahora otra estructura formada por solo tres barras unidas en otros tres puntos distintos, formando un retículo cerrado. En este caso, la única deformación que se producirá será la debida a la variación en la longitud de sus elementos. Se dice entonces que esta estructura es una estructura rígida, que no sufrirá deformaciones de consideración.



Una estructura articulada simple no tiene por que estar formada necesariamente solo por triángulos, siempre y cuando tengamos la precaución de que estas estructuras no estén unidas entre si por dos barras alineadas, ya que entonces no podrán impedir un movimiento del nudo.

2.1 Formación de los sistemas triangulares.

Si nos centramos en el estudio de sistemas triangulares podremos apreciar que la estructura básica está formada por tres barras. A partir de esta estructura podemos obtener otra añadiendo dos barras más a nudos diferentes y uniendo al extremo libre de estas a otro nudo común a ellas. Podemos comprobar ahora que el número de barras se ha incrementado en 2 y el número de nudos en 1.



Podemos deducir de lo anteriormente visto que cada vez que se añaden dos nuevas barras a una estructura el número de nudos se incrementa en una unidad, resultando entonces que en una estructura simple el número de barras es igual a:

$$m = 2 \cdot n - 3$$

2.2 Tipos de armaduras.

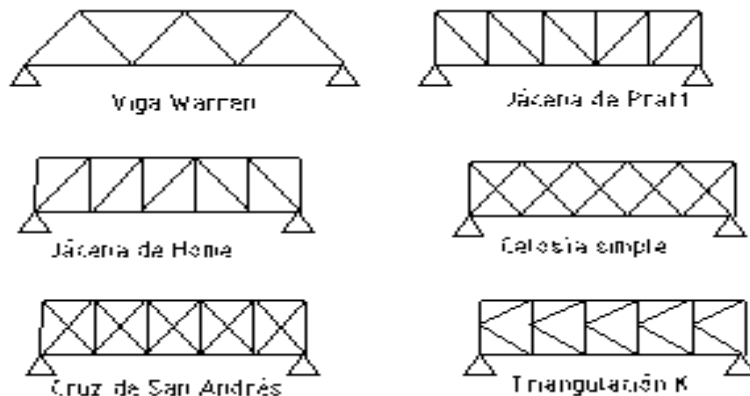
En cualquiera de los sistemas que veremos, las barras que constituyen el perímetro del sistema en su parte superior se les llama **cordón superior**; las barras correspondientes al perímetro en su parte inferior se llaman **cordón inferior** y a las barras de triangulación se les denomina montantes si son verticales y **diagonales** si son inclinadas.

Las armaduras o entramados pueden ser simples, compuestos y complejos:

1. El **entramado simple** es aquel que está formado por triángulos, que es la estructura básica rígida.
2. La unión rígida de dos entramados simples mediante los enlaces estrictamente necesarios da lugar a los **entramados compuestos**.
3. Por último, hay otro tipo de estructura que, aun satisfaciendo la condición de isostaticidad, no responde a las definiciones dadas para entramados simples o compuestos. Son los entramados complejos, que se forman cambiando la disposición de una o varias barras de una estructura simple. Ejemplos de ello son el entramado hexagonal y la viga en celosía.

2.2.1 Jácenas.

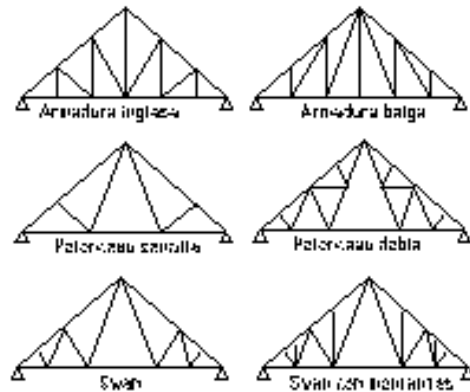
La jácena es una estructura que hace las funciones de viga, con la característica principal que no existe espacio diáfano entre los apoyos. Su forma suele ser rectangular, aunque se puede presentar con forma curva.



2.2 Armaduras de cubierta. Cerchas

Las cerchas son de tipo de estructura que se utiliza mayormente como elemento portante de cubiertas con la característica principal de que su contorno es triangular. Entre las cerchas más usuales destacan:

- Armadura inglesa.
- Polonceu sencilla.
- Swan
- Armadura belga
- Polonceu doble.
- Swan con montantes.



2.2.3 Arcos y pórticos.

Son un tipo de armadura que podemos considerar a caballo entre las dos anteriores. Con ellas se puede conseguir un gran espacio diáfano entre los apoyos, con las ventajas que ello conlleva.

3. SISTEMAS ISOSTATICOS E HIPERTASTICOS.

El número de barras y el número de nudos se encuentran relacionado numéricamente. En función de esta relación numérica, podemos encontrar tres posibilidades:

- Que el número de barras sea menor que $2 \cdot n - 3$ ($b < 2 \cdot n - 3$). En este caso diremos que es un sistema deformable.
- Indeformable isostáticamente, cuando el número de barras sea igual a $2 \cdot n - 3$ ($b = 2 \cdot n - 3$).
- Indeformable hiperestáticamente, Cuando el número de barras es mayor que $2 \cdot n - 3$ ($b > 2 \cdot n - 3$)

Los criterios anteriores deben ser utilizados con precaución, ya que algunos casos pueden llevar a conclusiones erróneas.

Los entramados pueden ser sometidos a los dos tipos de vínculo o sujeción siguientes:

- Articulación fija, que permite rotación de las barras, pero no su translación.
- Articulación sobre rodillos, que permite la translación del entramado en una dirección pero no en la perpendicular a ésta.

Para determinar si la estructura es deformable o indeformable (isostáticamente o hiperestáticamente) teniendo en cuenta el tipo de apoyo valoremos de la expresión :

$$b + 2 \cdot f + m = 2 \cdot n$$

donde: **f** es el número de apoyos fijos, y **m** es el número de apoyos móviles.

Con ello, podemos decir que el numero de ecuaciones que podemos establecer es (2n) podrá establecer tres posibles relaciones con el numero de barras y el tipo de apoyos que la sustentan:

- Que se cumpla que $b + 2 \cdot f + m = 2 \cdot n$, en cuyo caso diremos que el sistema es indeformable isostáticamente.
- Que $b + 2 \cdot f + m > 2 \cdot n$, en cuyo caso estaremos ante un sistema indeformable hiperestáticamente.
- Que $b + 2 \cdot f + m < 2 \cdot n$, cuya estructura será un sistema deformable.

4. MÉTODO DE LOS NUDOS.

Los pasos a dar son los siguientes:

1. Se calculan las reacciones en los apoyos de la estructura, para lo cual se supone toda ella como un sólido rígido sometido a fuerzas exteriores (cargas y reacciones en los apoyos). Como el número máximo de incógnitas sólo puede ser tres, al igual que el número de ecuaciones independientes disponibles, la determinación de las reacciones mediante el uso de procedimientos gráficos.

2. Los esfuerzos nudo a nudo, aplicadas las condiciones de equilibrio. Como hipótesis de partida, se supone que los esfuerzos desconocidos en cada barra son de tracción. Si al resolver las ecuaciones nos sale un valor negativo del esfuerzo, lo interpretaremos diciendo que dicho esfuerzo es de compresión, cuyo sentido es contrario al previsto. En la resolución de los nudos sucesivos se va dando a los esfuerzos que se van hallando sus sentidos correctos.

Este método de cálculo puede realizarse aplicando en todos y cada uno de los nudos la ecuación de equilibrio de los mismos. Así, sabemos que en cada uno de ellos la suma de todas las componentes horizontales de las fuerzas tiene que ser igual a cero, así como la suma de todas las componentes verticales. Si tenemos la precaución de, empezar por un punto en el que desconocemos solamente dos reacciones, podemos establecer dos ecuaciones descomponiendo éstas en su componente horizontal y en su componente vertical y aplicando en cada uno de los casos la ecuación de equilibrio del punto.

La comprobación de que este método ha sido bien aplicado se realiza en el último nudo, observándose que el valor de la reacción en el extremo opuesto al que nos ha servido de partida es justo el que nos quedará para completar la ecuación de equilibrio de dicho punto.

5. MÉTODO DE MAXWELL-CREMONA.

A efectos prácticos conviene seguir las siguientes normas:

1. Se dibuja en el primer término la armadura reducida en sus ejes, representando también sus fuerzas exteriores y las reacciones aplicadas en los nudos, enumerando las distintas barras de la armadura.

2. Determinar si la armadura es isostática interiormente. En caso afirmativo podemos aplicar el método Maxwell-Cremona.

3. Se calculan las reacciones en los apoyos, tal y como vimos en el método de nudos.

4. A continuación, y para evitar confusiones, conviene numerar todas y cada una de las barras.

5. Construir los polígonos de fuerzas exteriores formado por las cargas y las reacciones de los apoyos, disponiéndolos de forma correlativa. Para ello empezamos a dibujar los diferentes polígonos, teniendo la precaución de empezar por uno de los apoyos y trazar el polígono de fuerza, comenzado por el nudo en el que existan solamente dos barras, y por los extremos de cada una de las fuerzas, líneas paralelas a las barras que concurren en el nudo correspondiente de la estructura.

6. El paso de un nudo a otro se efectúa invirtiendo los sentidos de las tensiones.

7. Una vez completado el diagrama de Cremona debe de comprobarse que este se encuentra relacionado con la estructura de la siguiente manera:

- A cada segmento rectilíneo de la estructura le corresponde otro paralelo en el diagrama.
- A cada grupo de rectas que concurren en un vértice en un polígono les corresponde un contorno anexo a estas, que comparte alguna de estas líneas.

8. Los segmentos correspondientes a las barras de la armadura nos dan en su representación los valores de las tensiones, y el tipo de esfuerzo lo averiguaremos al recorrer el polígono que corresponde a un nudo en el sentido indicado por las fuerzas conocidas correspondientes. Con ello sabremos si se encuentran a compresión o a tracción.

6. MÉTODO DE RITTER.

Este método ofrece la ventaja de que nos permite calcular directamente la tensión de cualquier barra sin necesidad de determinar las barras restantes.

Este método consiste en que una vez determinadas las reacciones en los apoyos, realizar una sección que corte la barra que pretendemos calculará y suprimir una de las partes en las que queda dividida la estructura. Se puede deducir que la parte que no deseamos se encuentra en equilibrio ante las fuerzas exteriores al actuar los esfuerzos en las barras que hemos seccionado, los cuales sustituyen a la acción de la parte suprimida.

Para la resolución de las ecuaciones en cada uno de los nudos bastará con establecer las condiciones de equilibrio en cada nudo.

7. CABLES

Un cable es un sólido cuyas dimensiones transversales son muy pequeñas en relación con su longitud, y no presentan resistencia alguna a los esfuerzos de flexión, torsión, cizalladura o compresión, presentando solamente resistencia a la tracción.

7.1 Cable poligonal.

Sea una cable de longitud conocida, fijado en sus dos extremos, sobre el que actúan un número determinado de cargas puntuales y complementarias N . La forma que adoptará este cable será la de una línea poligonal.

7.2 Cables con cargas repartidas.

Sea un cable sujeto a dos puntos fijos, sometido a una carga repartida uniformemente. El cable adoptará una forma curva, de manera que la fuerza de tracción que actúa en un punto cualquiera del mismo será tangente a la curva en ese punto.

7.2.1 Cable parabólico.

Suponemos que el cable anterior soporta una carga uniformemente repartida a lo largo de la horizontal OX . Es el caso particular de los puentes colgantes.

8. PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES.

8.1 Sistemas ideales.

Un sistema de partículas es un conjunto de varias partículas relacionadas entre sí de tal modo que no son completamente libres en sus movimientos relativos sino que están sometidas a ciertas limitaciones. En estos sistemas tenemos unos vínculos externos, que nos limitan los posibles movimientos de las partículas, y unos vínculos internos que establecen la ligazón entre las partículas.

En el caso de los sistemas ideales podemos afirmar que el trabajo de todas las fuerzas de vínculo, bien sean reacciones o esfuerzos internos, es cero para cualquier desplazamiento virtual del sistema.

Principio de los desplazamientos Virtuales: "Si un sistema ideal se encuentra en equilibrio, el trabajo total de todas las fuerzas activas en cualquier desplazamiento virtual del sistema compatible con los vínculos es igual a cero. Las reacciones y los esfuerzos internos debidos a los vínculos no producen trabajo".

8.2 Sistemas reales.

En la práctica utilizaremos sistemas reales en los que es necesario considerar otras circunstancias. Así, es si deseamos obtener el valor de las deformaciones elásticas de un sistema real o el valor de las reacciones, sean los sistemas isostáticos o hiperestáticos, es necesario tener en cuenta las deformaciones elásticas, así como los posibles desplazamientos de los vínculos externos, de los que habíamos prescindido antes en los sistemas ideales.